



## DECKBLATT

	Projekt	PSP-Element	Obj. Kenn.	Aufgabe	LIA	Lfd. Nr.	Rev.
	EU 076.2	N A A N	NNNNNNNNNN	NNNNNN	X A A X X	A A	NNNN
	9K		-	EG	RB	0005	00

**Titel der Unterlage:**  
 Analytische Abschätzungen zur Auffüllung der Schachtanlage Konrad mit Wasser und zum Druckaufbau unter Berücksichtigung von Konvergenz anhang eines einfachen eindimensionalen Modells

Seite:  
I.

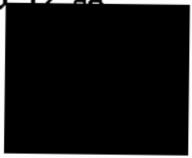

Stand:  
Aug. 1986

**Ersteller:**  
PTB

Textnummer:

Stempelfeld:

PSP-Element TP...9K/212853      zu Plan-Kapitel: 3.9.3

	PL 03.12.86 	PL 03.12.86 
	Freigabe für Behörden	Freigabe im Projekt

Diese Unterlage unterliegt samt Inhalt dem Schutz des Urheberrechts sowie der Pflicht zur vertraulichen Behandlung auch bei Beförderung und Vernichtung und darf vom Empfänger nur auftragsbezogen genutzt, vervielfältigt und Dritten zugänglich gemacht werden. Eine andere Verwendung und Weitergabe bedarf der ausdrücklichen Zustimmung der PTB.

# Revisionsblatt



	Projekt	PSP-Element	Obj. Kenn.	Aufgabe	UA	Lfd. Nr.	Rev.
	N A A N	N N N N N N N N N N	N N N N N N	X A A X X	A A	N N N N	N N
EIL 076.2	9K		-	EG	RB	0005	00

Titel der Unterlage:  Analytische Abschätzungen zur Auffüllung der Schachanlage Konrad mit Wasser und zum Druckaufbau unter Berücksichtigung von Konvergenz anhang eines einfachen eindimensionalen Modells	Seite:  II.  Stand:  Aug. 1986
---	--

Rev.	Revisionsst. Datum	verant. Stelle	Gegenzeichn. Name	rev. Seite	Kat. *)	Erläuterung der Revision

\*) Kategorie R = redaktionelle Korrektur  
 Kategorie V = verdeutlichende Verbesserung  
 Kategorie S = substantielle Änderung  
 Mindestens bei der Kategorie S müssen Erläuterungen angegeben werden.

PHYSIKALISCH - TECHNISCHE BUNDESANSTALT  
Abteilung Sicherstellung und Endlagerung radioaktiver Abfälle

Bericht SE-11

Analytische Abschätzungen zur Auffüllung der Schachtanlage  
Konrad mit Wasser und zum Druckaufbau unter Berücksichtigung  
von Konvergenz anhand eines einfachen eindimensionalen Modells

von



Braunschweig, August 1986

ISSN 0721-0892

ISBN 3-88-314-560-2

## Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	3
1. Einleitung	4
2. Der Konvergenzansatz	5
3. Vollaufen des Grubengebäudes	9
4. Druckaufbau nach Ende der Zulaufphase	13
5. Zusätzlicher Druckaufbau durch Konvergenzvorgänge	15
6. Berechnungen und Ergebnisse	18
6.1. Berechnung des Zeitpunkts des Vollaufens	19
6.2. Berechnung der Drücke in der Phase nach dem Vollaufen des Grubengebäudes	20
8. Literaturverzeichnis	27
Anhang: Ableitung von Formel (23)	28

## Zusammenfassung

Im Rahmen der Untersuchung zur Langzeitsicherheit der Schachtanlage Konrad als Endlager für radioaktive Abfälle mit vernachlässigbarer thermischer Beeinflussung des Wirtsgesteins ist eine mögliche Ausbreitung von Radionukliden auf dem Wasserpfad, d.h. mit Grundwasserbewegungen, zu betrachten. Das Grubengebäude befindet sich im Korallenoolith, der als Kluftwasserleiter mit geringer Leitfähigkeit anzusehen ist. Nach Ende der Betriebsphase wird zulaufendes Wasser das Grubengebäude langsam auffüllen. Der Druckabsenkungstrichter, der während der Betriebs- und Zulaufphase entstanden ist, wird nach dem Vollaufen allmählich wieder ausgeglichen, bis in langen Zeiträumen die ursprünglichen Druckverhältnisse wiederhergestellt sein werden.

Die für Wasser zugänglichen Hohlräume im Grubengebäude reduzieren sich im Lauf der Zeit durch Konvergenzvorgänge; durch diese Volumenreduzierung kann Wasser aus dem vollständig gefüllten Grubengebäude hinausgepreßt werden. Dadurch erhöht sich der Druck im umgebenden Wasserleiter. Für die Berechnung dieser Druckerhöhung benötigt man einen Ansatz über den zeitlichen Verlauf der Konvergenz bis weit in die Zukunft. Ein solcher Ansatz kann nur in grober Form durch Extrapolation von in der Schachtanlage Konrad gewonnenen Meßwerten gegeben werden.

Im vorliegenden Bericht wird mit Hilfe eines einfachen eindimensionalen Modells anhand von Parametervariationen versucht, zu quantitativen Aussagen zu gelangen. Dabei werden Konvergenzansatz und Durchlässigkeitsbeiwert des Wasserleiters in gewissen Bereichen variiert. Die Zulauf- und die Auspreßphase können wie eine Grabenanströmung mathematisch behandelt werden. Für zwei Konvergenzansätze und drei unterschiedliche Durchlässigkeitsbeiwerte wurden Rechnungen zur zeitlichen und räumlichen Abhängigkeit der Druckes durchgeführt.

Es zeigt sich, daß die zusätzliche Druckerhöhung durch Konvergenz immer um weit unter dem Gesamtdruck liegt. Das Ausgleichen des Druckabsenkungstrichters erfolgt langsam, so daß in allen Fällen der hydrostatische Druck nicht überschritten wird. Aus diesen Ergebnissen folgt, daß Auspreßvorgänge, durch die radionuklidbeladenes Wasser vom Grubengebäude über bevorzugte Wegsamkeiten an die Biosphäre gelangen könnten, von untergeordneter Bedeutung sind. Es fehlt im wesentlichen der Antrieb für solche Vorgänge in Form von höheren Druckdifferenzen.

## 1. Einleitung

Bei den Untersuchungen zur Langzeitsicherheit der Schachtanlage Konrad als geplantes Endlager für geringwärmeentwickelnde radioaktive Abfälle ist der sogenannte Wasserpfad zu betrachten. Bei dem Wasserpfad wird die Möglichkeit einer Radionuklidausbreitung mit dem Grundwasser untersucht.

Das Grubengebäude befindet sich im stationären Strömungsfeld des Tiefenwassers - dieses Strömungsfeld ist verglichen mit oberflächennahen Grundwasserbewegungen um Größenordnungen geringer ausgeprägt. Das Wasser kann beim Fließen durch das Grubengebäude Radionuklide aus den Abfallgebänden auflösen und in kleinem Umfang durch geologische Formationen bis zur Biosphäre weitertransportieren.

Neben dieser Ausbreitungsmöglichkeit kommt ein Transport über bevorzugte Wegsamkeiten in Betracht. Durch Konvergenzvorgänge könnte Wasser aus dem Grubengebäude über möglicherweise vorhandene Wegsamkeiten mit hohen Durchlässigkeiten ausgepreßt werden. Um etwas über solche Vorgänge zu erfahren, muß man die auftretenden Wasserdrücke im Grubengebäude in Abhängigkeit von der Zeit kennen. Hohe Druckdifferenzen bilden den Antriebsmechanismus für die beschriebenen Ausbreitungen.

Ziel dieses Berichts ist es, mit einer einfachen Modellvorstellung die Drücke, die aufgrund der Erstellung der Hohlräume, des Abtransports des zulaufenden Wassers, des späteren Vollaufens des Grubengebäudes sowie der Konvergenz entstehen, analytisch abzuschätzen. Eine zentrale Rolle spielt dabei der Konvergenzansatz, d.h. der zeitliche Verlauf der Volumenreduzierung.

## 2. Konvergenzansatz

Die Schachtanlage Konrad wurde seit dem Jahre 1965 aufgefahren. Durch Abbautätigkeit und Erstellung von Infrastrukturstrecken wurden Hohlräume im Gebirge geschaffen. Auch bei der geplanten Verwendung als Endlager für radioaktive Abfälle werden Einlagerungskammern aufgefahren und damit weitere Hohlräume erzeugt. Diese Hohlräume reduzieren sich durch Konvergenzvorgänge im Lauf der Zeit wieder, so daß in sehr großen Zeiträumen der ursprüngliche Zustand näherungsweise wiederhergestellt sein wird.

So einfach die Tatsache zu beweisen ist, daß Konvergenz vorhanden ist, so schwierig ist es, den quantitativen zeitlichen Verlauf der Konvergenz zu beschreiben. Wir benötigen den zeitlichen Verlauf der Größe des Volumens, das mit Wasser gefüllt werden kann. Um die Hohlräume herum entsteht eine Auflockerungszone, in die Wasser zum Teil eindringen kann. Der eingebrachte Versatz sowie die eingelagerten Abfallgebände reduzieren durch Stützwirkung die Konvergenz. In der gleichen Weise könnte sich Wasser bei entsprechend hohen Drücken nach dem Vollaufen des Grubengebäudes mit Formationswässern auswirken.

Mit  $V_1(t)$  bezeichnen wir das Hohlraumvolumen, das durch Auffahren erzeugt wurde bzw. noch wird und das sich im Laufe der Zeit  $t$  wieder verringert. In  $V_1(t)$  sind also Versatz- und Gebindevolumen in der Grube enthalten. Die Zeit nach Auffahrungsbeginn sei  $t$ . Außerdem nehmen wir an, daß das gesamte Auffahrsvolumen bereits zum Zeitpunkt  $t = 0$  vorhanden ist. Diese Annahme entspricht zwar nicht dem tatsächlichen Verlauf der Auffahrung, führt aber bei Zeiträumen nach Ende der Hohlraumerzeugung zu keinem Fehler in den uns interessierenden Daten.

Die Konvergenzrate wird durch:

$$K(t) = - \frac{\dot{V}_1(t)}{V_1(t)} \quad (1)$$

definiert (\* bezeichnet die Ableitung nach der Zeit  $t$ ). Bei zeitlich konstanter Konvergenzrate  $K$  ergibt sich:

$$V_1(t) = V_1(0) \exp(-K t) \quad (2)$$

Dieser Ansatz wird im vorliegenden Bericht nicht verwendet. Neben

einem solchen Zusammenhang verwendet man oft einen empirischen Ansatz der Form:

(3)

$$\Delta V_1(t) = V_1(0) - V_1(t) = V_1(0) (a + b \log(t))$$

für  $1 \leq t \leq \exp((1-a)/b)$ ,  $t$  Zeit in Jahren nach Auffahrungsbeginn,  $b \geq 0$ . Aus (3) folgt:

$$V_1(t) = -V_1(0) b / t . \quad (4)$$

Die Konvergenzrate ist bei diesem Ansatz (3):

$$K(t) = \frac{b}{t (1 - a - b \log(t))} . \quad (5)$$

Bei der Schachtanlage Konrad wurden von 1967 bis 1984 Messungen des Volumens des oberirdischen Senkungstrogs vorgenommen, /1/. Dieses Trogvolumen wird gleich dem Volumen  $V_1(t)$  gesetzt und in Beziehung zum Auffahrsvolumen gesetzt. Folgende Meßwerte wurden ermittelt (Tabelle 1):

Tabelle 1: Anteil des Konvergenzvolumens am Hohlraumvolumen

Datum Monat/Jahr	Zeit t in a	Anteil Konvergenzvolumen am Hohlraumvolumen		
		gemessen	Näherungswerte Approx. I      Approx. II	
5 / 1965	0	-	-	-
6 / 1967	2	0.096	0.168	0.117
9 / 1968	3.3	0.152	0.200	0.166
5 / 1970	5	0.211	0.227	0.206
5 / 1972	7	0.320	0.249	0.239
5 / 1974	9	0.259	0.265	0.264
5 / 1976	11	0.264	0.278	0.283
5 / 1977	12	0.273	0.284	0.292
5 / 1978	13	0.324	0.289	0.300
5 / 1979	14	0.301	0.294	0.307
5 / 1980	15	0.316	0.298	0.314
5 / 1981	16	0.314	0.302	0.320
5 / 1982	17	0.318	0.306	0.326
5 / 1983	18	0.325	0.310	0.331
5 / 1984	19	0.326	0.313	0.337
	10 <sup>6</sup>	( 0.9997	1.017 )	-



Geht man von einem Ansatz der Form (3) aus, so kann mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate eine Näherungsfunktion für  $V_1(t)$  bestimmt werden, die den experimentell gemessenen Verlauf möglichst gut approximiert. Bei Approximation I (vergl. Tabelle 1) wird ein hypothetischer Wert von:

$$\Delta V_1(10^6 \text{ a}) / V_1(0) = 0.9997$$

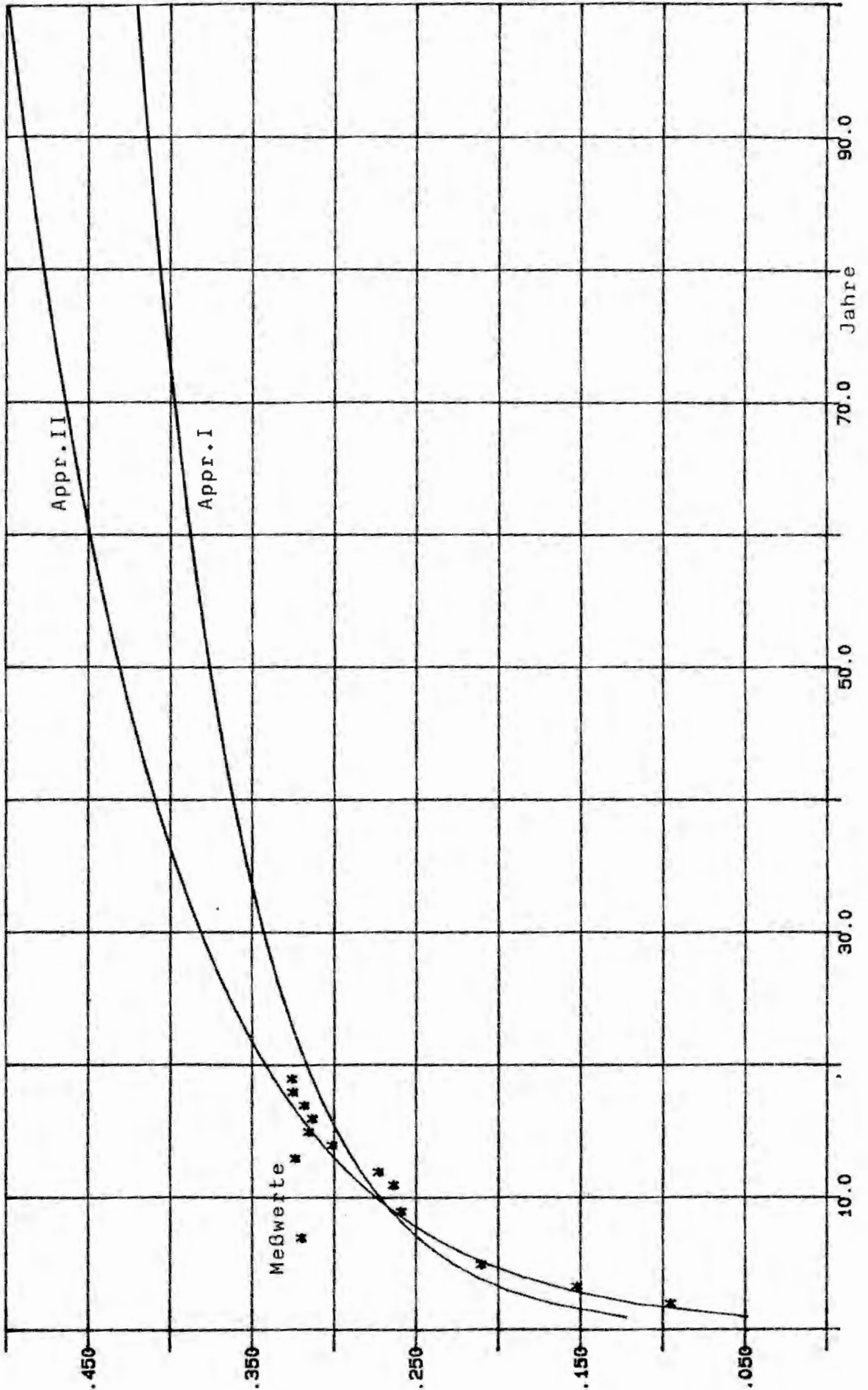
berücksichtigt /1/, bei Approximation II nur die tatsächlich gemessenen Werte. Der hypothetische Wert bei Approximation I geht auf die Annahme zurück, daß nach  $10^6$  Jahren die Hohlräume bis auf einen Anteil von 0.03 % geschlossen sein werden. Die so berechneten Koeffizienten in (3) sind (vergl. Tabelle 2):

Tabelle 2: Koeffizienten a und b in Formel (3)

Approximation	I	II
a	0.12274	0.04887
b	0.06473	0.09772

Es ist klar, daß eine Approximation der Form (3) nur sehr grob ist. Das gilt besonders, wenn man aufgrund der wenigen Meßergebnisse bis sehr weit in die Zukunft extrapoliert. Zu beachten ist auch, daß die Meßergebnisse während fortlaufender Auffahrtätigkeit gewonnen wurden, so daß auch hier ein verfälschender Einfluß auf die extrapolierten Werte gegeben ist. Aus diesen Gründen wurde mit beiden genannten Approximationen gerechnet.

Abb. 1: Konvergenzvolumen / Anfangshohlraumvolumen in Abhängigkeit von der Zeit nach Auffahrungsbeginn



### 3. Vollaufen des Grubengebäudes

Während der Betriebsphase wird das Wasser, das aus dem Gebirge in das Grubengebäude eindringt, durch Bewetterung oder Abpumpen weggeführt. Die Druckverhältnisse in der Nähe der Hohlräume verändern sich, es erfolgt eine Druckabsenkung. Nach Abschluß der Betriebsphase wird die Grube verschlossen, das Wasser läuft weiterhin in das Grubengebäude, bis dieses vollständig gefüllt ist. Bis zu diesem Zeitpunkt hat sich im Wasserleiter ein Druckabsenkungstrichter gebildet. Nach dem Vollaufen erhöht sich der Wasserdruck wieder, bis nach sehr langen Zeiten die ursprünglichen (vor der Auffahrung) hydrostatischen Druckverhältnisse nahezu wiederhergestellt sind. In diesem Abschnitt behandeln wir zunächst die Zulaufphase.

Zu einer Abschätzung der Druckabsenkung im Zeitraum von Beginn der Auffahrung bis zum vollständigen Auffüllen der Hohlräume sowie der Zeitdauer des Vollaufens gehen wir von einem einfachen eindimensionalen Modell einer instationären Grabenanströmung aus, /3/, ab S. 221. Dieses Modell wird dann auch für den nachfolgenden Zeitraum nach dem Vollaufen des Grubengebäudes mit Formationswässern verwendet.

Der Wasserleiter wird als gespannter Porenwasserleiter geringer Mächtigkeit mit angrenzenden wasserundurchlässigen Schichten im Hangenden und Liegenden sowie an den Seiten aufgefaßt. Mit  $x$  bezeichnen wir den Abstand vom Graben, der eine Idealisierung des Bereichs um das Grubengebäude ist. Die lokalen Inhomogenitäten des Druckes in und in der unmittelbaren Umgebung des Grubengebäudes werden also nicht erfaßt. Die dortigen Druckverhältnisse hängen stark von der Geometrie der Hohlräume ab. In einigem Abstand sind die Inhomogenitäten weitgehend abgeklungen. Es wird ein Wasserzulauf und späteres Wiederherausdrücken nur horizontal in einer Richtung zugelassen. Die Vollaufzeit wird so vermutlich im Modell überschätzt ebenso wie die Zeit, die für die näherungsweise Wiederherstellung der ursprünglichen Druckverhältnisse benötigt wird. Andererseits ergibt das Modell eine geringere Ausprägung des Druckabsenkungstrichters, die nach dem Vollaufen wieder ausgeglichen werden muß. Der zusätzliche Druck im Grubengebäude, der durch Konvergenz verursacht wird, wird überschätzt. Eine Aussage über die Konservativität des Modells ist wegen des komplizierten Zusammenwirkens der verschiedenen physikalischen Vorgänge sehr schwierig.

Abb. 2: Qualitativer zeitlicher Verlauf der Druckhöhe im Grubengebäude

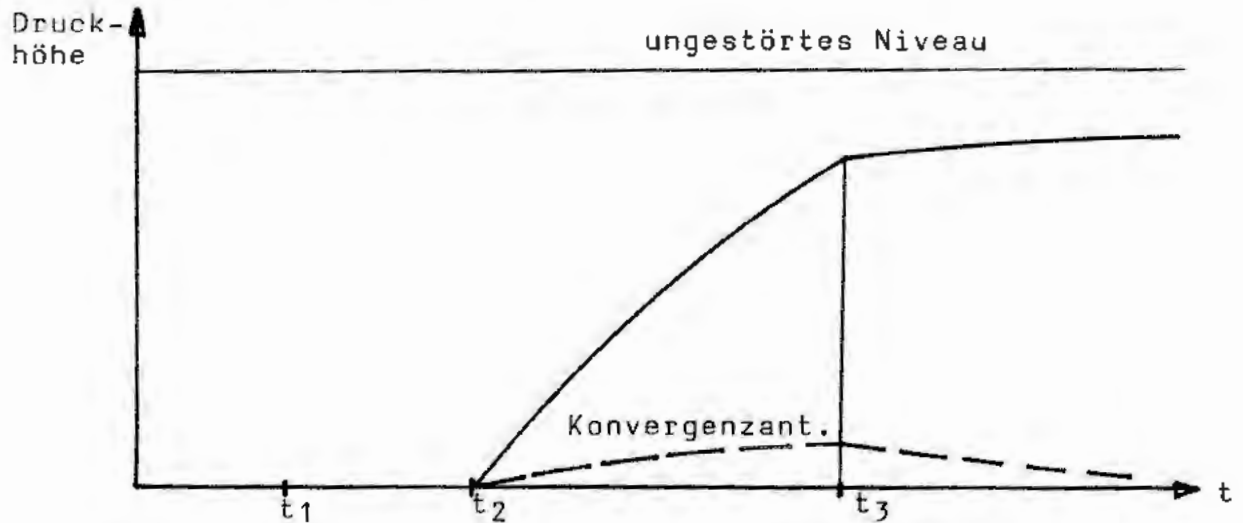
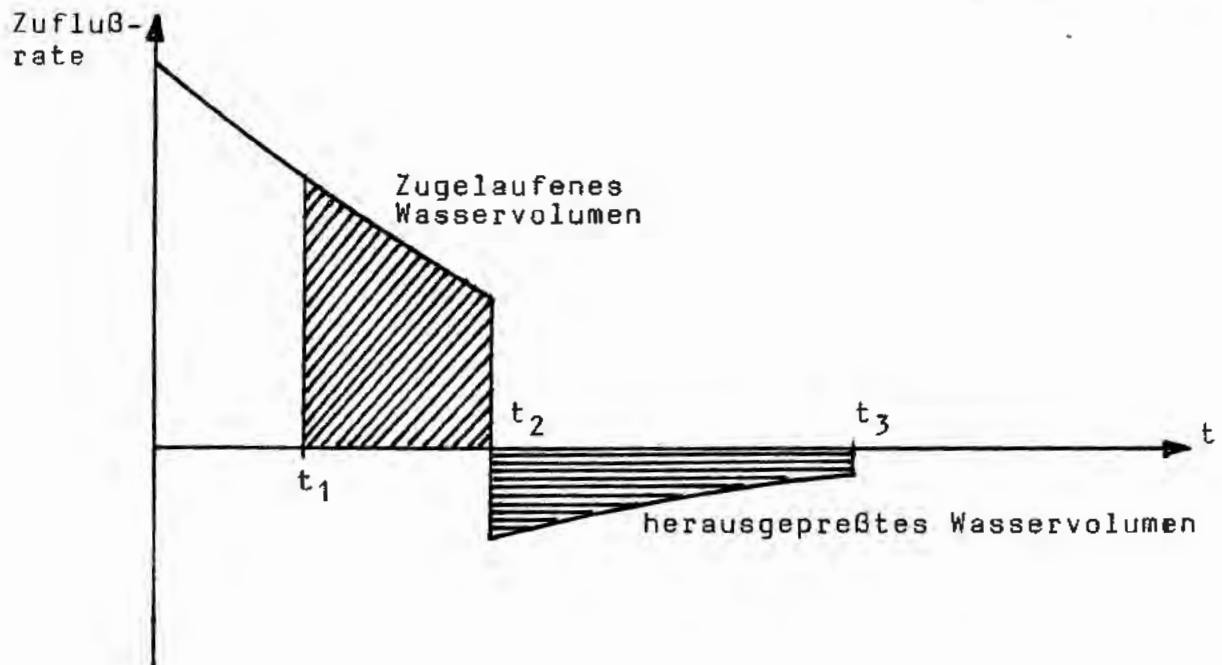


Abb. 3: Qualitativer zeitlicher Verlauf der Zuflußrate in das Grubengebäude



- $t = 0$     Beginn der Auffahrung,  
 $t = t_1$     Ende der Betriebsphase,  
 $t = t_2$     Grubengebäude ist vollgelaufen,  
 $t = t_3$     alle Hohlräume durch Konvergenz verschwunden

Ist  $h(x,t)$  die hydraulische Druckhöhe in Abhängigkeit vom Ort  $x$  und der Zeit  $t$ , so wird das Problem durch folgende Anfangsrandwertaufgabe beschrieben:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{S'}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

für  $0 \leq x$ ,  $0 \leq t$ , ( $k$  Durchlässigkeitsbeiwert,  $S'$  Speicherkoeffizient);

$$h(0,t) = 0, \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x,t) = h_0 \quad (8)$$

für  $0 \leq t \leq t_2$  ( $h_0$  hydrostatischer Druck,  $t_2$  Zeitpunkt des Vollaufens des Grubengebäudes nach Auffahrungsbeginn) und

$$h(x,0) = h_0 \quad (9)$$

für  $0 \leq x$ . Die Lösung dieser Anfangsrandwertaufgabe ist bekannt, /2/, S. 59:

$$h(x,t) = h_0 \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a t}} \quad (10)$$

mit  $a = k / S'$ . Aus (10) kann mit Hilfe des DARCY-Gesetzes die Zuflußrate  $Q(t)$  in das Grubengebäude während der Zulaufphase berechnet werden:

$$Q(t) = A q(t) = A k \left. \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (11)$$

$$Q(t) = \frac{A k h_0}{\sqrt{a \pi t}}, \quad (12)$$

(  $A$  Querschnittsfläche des Wasserleiters, durch die das Wasser

ein- und später wieder ausströmt,  $q(t) = Q(t) / A$  DARCY-Geschwindigkeit für  $x = 0$ ; die Vorzeichen sind so gewählt, daß  $Q(t)$  und  $q(t)$  in der Zulaufphase positiv sind).

Ab dem Zeitpunkt  $t_1$  des Beginns der Nachbetriebsphase bleibt das zulaufende Wasser im Grubengebäude und füllt dieses langsam auf.

Zum Zeitpunkt  $t_2$  ist das Grubengebäude ganz mit Wasser gefüllt. Mit  $V(t)$  bezeichnen wir das Hohlraumvolumen im Grubengebäude, also genau das Volumen, das mit Wasser gefüllt werden kann. Der gesuchte Zeitpunkt  $t_2$  kann mit Hilfe der folgenden Gleichung berechnet werden:

$$V(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} Q(t) dt = \frac{2 A k h_0}{\sqrt{a \pi}} (\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1}) \quad (13)$$

Das ist eine transzendente Gleichung für den unbekanntem Zeitpunkt  $t_2$ , die ohne Probleme numerisch gelöst werden kann. Man kann (13) in der Form:

$$t_2 = \left( \sqrt{t_1} + \frac{\sqrt{a \pi}}{2 A k h_0} V(t_2) \right)^2 = F(t_2) \quad (14)$$

schreiben. Beginnend mit einem Startwert  $t_2^0$  kann iterativ:

$$t_2^n = F(t_2^{n-1}), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

die Lösung von (13) bzw. (14) berechnet werden. Bei Nichtberücksichtigung der Konvergenz ist  $V(t) = V_0$  unabhängig von der Zeit und man erhält dann:

$$t_2 = \left( \sqrt{t_1} + \frac{\sqrt{a \pi}}{2 A k h_0} V_0 \right)^2 \quad (16)$$

#### 4. Druckaufbau nach Ende der Zulaufphase

Ist das Grubengebäude vollständig mit Wasser gefüllt, so beginnt der Ausgleich der Druckabsenkung im Wasserleiter. Diese Druckabsenkung wurde vorher durch das Zulaufen von Wasser aus dem Wasserleiter in das Grubengebäude während der Betriebsphase und des ersten Zeitraums der Nachbetriebsphase hervorgerufen. Der Druck im Grubengebäude steigt asymptotisch von 0 zum Zeitpunkt des Vollaufens langsam wieder an bis zum hydrostatischen Druck. Durch Konvergenzvorgänge wird ein Teil des Wassers mit einer bestimmten Rate in den Wasserleiter gedrückt und der Druck im Wasserleiter weiter erhöht. Diese zusätzliche Druckerhöhung behandeln wir erst im nächsten Abschnitt.

Die Differentialgleichung (6) ist auch für diesen Zeitraum  $t_2 \leq t$  gültig. Die Randbedingung ist aufgrund der Inkompressibilität des Wassers im Grubengebäude:

$$\left. \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad (17)$$

d.h. es kann kein weiteres Wasser in das Grubengebäude einfließen. Die andere Randbedingung ist durch (8) gegeben. Die Anfangsbedingung ist wegen (10):

$$h(x,t_2) = h_0(x,t_2) = h_0 \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a t_2}}. \quad (18)$$

Für den beiderseits unendlich ausgedehnten Wasserleiter kann die Lösung der Differentialgleichung (6) mit der Anfangsbedingung:

$$h(x,t_2) = f(x) \quad (19)$$

in der Form:

$$h(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a \tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha) \exp\left(-\frac{(x-\alpha)^2}{4 a \tau}\right) d\alpha \quad (20)$$

mit  $\tau = t - t_2$  geschrieben werden, /2/, S. 53. Setzen wir:

$$f(x) = \begin{cases} h_0(x, t_2) & \text{für } x \geq 0, \\ h_0(-x, t_2) & \text{für } x < 0, \end{cases} \quad (21)$$

so folgt aus Symmetriegründen (17). Man erhält nach kurzer Umformung:

$$h(x, t) = h_0 - \frac{h_0}{2 \sqrt{\pi a \tau}} \int_0^{\infty} \operatorname{erf} \left( \frac{\xi}{2 \sqrt{a t_2}} \right) \cdot \left( \exp \left( - \frac{(x+\xi)^2}{4 a \tau} \right) + \exp \left( - \frac{(x-\xi)^2}{4 a \tau} \right) \right) d\xi \quad (22)$$

Mit Hilfe einer numerischen Integration kann  $h(x, t)$  für jedes  $x$  berechnet werden. Für  $x = 0$  ergibt sich speziell, /2/, S. 76:

$$h(0, t) = h_0 \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{t_2}{t}} \right) \quad (23)$$

für den Druckverlauf im Grubengebäude ohne Konvergenzeinfluß (die Ableitung von (23) findet man im Anhang). Erstaunlich ist, daß in (23) als einziger Parameter der Zeitpunkt  $t_2$  vorkommt, also der Gesamtzeitraum, in dem sich der Druckabsenkungstrichter gebildet hat. Der Druckverlauf (ohne Konvergenzberücksichtigung) im Grubengebäude ist explizit unabhängig vom Durchlässigkeitsbeiwert  $k$  und der Querschnittsfläche  $A$  des Wasserleiters.



## 5. Zusätzlicher Druckaufbau durch Konvergenzvorgänge

Durch Konvergenz wird Wasser aus dem Grubengebäude mit einer bestimmten Rate  $Q(t)$  ausgepreßt. Wir berücksichtigen bei der Konvergenz weder die Stützwirkung des Versatzes und der Gebinde noch die des Wassers. Eine solche Vorgehensweise führt zu einer Überschätzung der Auspreßrate und somit des Drucks im Grubengebäude und im angrenzenden Wasserleiter - die Ergebnisse zeigen, daß die Drücke bei weitem nicht die Größenordnungen erreichen, die für eine wesentliche Stützwirkung des Wassers nötig wären. Mit  $V_{geb}$  bezeichnen wir das Volumen des Feststoffanteils der Gebinde und des Versatzes in den vorhandenen aufgefahrenen Hohlräumen. Dann wird angesetzt:

$$-Q(t) = \dot{V}(t) = \begin{cases} \dot{V}_1(t) & \text{für } V_1(t) \geq V_{geb}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (24)$$

Es gilt noch:

$$V(t) = V_1(t) - V_{geb}. \quad (25)$$

für  $0 \leq t \leq t_3$  ( $t_3$  Zeitpunkt, bei dem alle Hohlräume verschwunden sind). Wir setzen:

$$g(t) = k Q(t) / A. \quad (26)$$

Die Vorzeichen sind so gewählt, daß  $Q(t)$  und  $g(t)$  beide positiv sind. Sei  $s(x,t)$  die zusätzliche Druckerhöhung, die durch das Auspressen von Wasser aus dem Grubengebäude aufgrund von Konvergenzvorgängen hervorgerufen wird. Dann erfüllt auch  $s(x,t)$  die Differentialgleichung (6) sowie die Randbedingungen:

$$\left. \frac{\partial s(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = -g(t) \quad (27)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} s(x, t) = 0 \quad (28)$$

für  $t \geq t_2$  und die Anfangsbedingung:

$$s(x, t_2) = 0. \quad (29)$$

Die Lösung dieser Anfangsrandwertaufgabe lautet /2/, S. 65:

$$s(x, t) = \frac{\sqrt{a}}{k \sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} g(t-u) \exp\left(-\frac{x^2}{4 a u}\right) \frac{du}{\sqrt{u}} \quad (30)$$

( $\tau = t - t_2$ ). Bei zeitlich konstanter Zuflußrate  $g(t) = g_0$  - die sich nicht aus den Konvergenzansätzen (2) oder (3) ergibt - gilt /2/, S. 75:

$$s(x, t) = \frac{2 g_0}{k} \left[ \sqrt{\frac{a \tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4 a \tau}\right) - \frac{x}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2 \sqrt{a \tau}}\right) \right] \quad (31)$$

mit: (32)

$$\operatorname{erfc}(c) = 1 - \operatorname{erf}(c) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^c \exp(-\alpha^2) d\alpha$$

Diese durch Konvergenzvorgänge hervorgerufene zusätzliche Druck-erhöhung ist aufgrund der Linearität der Differentialgleichung (6) und der Rand- und Anfangsbedingungen zu dem Druck in (22) hinzuzuaddieren.

Die DARCY-Geschwindigkeit, die durch Auspressen infolge Konvergenz verursacht wird, ist (bei konstanter Auspreßrate):

$$q_{k \text{ conv}} = -k s_x = g_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \quad (33)$$

Bei nichtkonstanter Auspreßrate kann (30) nach  $x$  differenziert und numerisch integriert werden.

## 6. Berechnungen und Ergebnisse

Zur Durchführung der Berechnungen wurden einige kleinere FORTRAN-Programme entwickelt.

Tabelle 3: Verwendete FORTRAN-Programme

Name	Verwendung/Berechnung von:
DRUCKAUF	Zusätzlicher Druckaufbau durch Konvergenz bei zeitlich konstanter vorgegebener Auspreßrate
DRCKAUF4	Druckaufbau nach Vollaufen, Druckabsenkung für $x=0$ , zusätzlicher Druck durch Konvergenz, Konvergenzansatz (3)
DRCKAUF5	Auswertung der Formel (22), Druckhöhe nach Vollaufen ohne Konvergenz für variables $x$ , (vergl. /4/)
VOLLAUF1	Auswertung von Formel (16), Zeitdauer des Vollaufens ohne Konvergenz
VOLLAUF2	Auswertung von Formel (14), Zeitdauer des Vollaufens mit Konvergenz

Tabelle 4: Bei den Berechnungen verwendete Parameter

Konvergenzansatz:	Formel (3), Approximationen I u. II
Gesamtauffahrvolumen $V_1(0)$ :	$4.1 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ ,
Gesamtfeststoffvolumen im Grubengebäude $V_{\text{GEB}}$ :	$1.7 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ ,
Auspressfläche $A$ :	$0.4 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ ,
Durchlässigkeitsbeiwert $k$ :	$10^{-7}$ , $10^{-8}$ , $10^{-9} \text{ m/s}$ ,
Speicherkoefizient $S$ :	$10^{-6} \text{ 1/m}$ ,
Zeitpunkt $t_1$ , Ende der Betriebsphase nach Auffahrungsbeginn:	65 Jahre,
hydrostatischer Druck $h_0$ :	1000 m.

Bei Approximation II erhält man eine schnellere Konvergenz als bei Approximation I. Da aber schwer zu sagen ist, welcher der beiden Ansätze unter Berücksichtigung der Zuflußdauer in Bezug auf die Druckerhöhung konservativ ist, wurde mit beiden gerechnet. Eine schnelle Konvergenz führt dazu, daß nur ein kleinerer Hohlraum mit Wasser zu füllen ist, daß also die Zuflußdauer kürzer ist. Anschließend wird nur eine insgesamt geringere Wassermenge in den Wasserleiter zurückgedrückt, das aber mit einer höheren Rate.

Eine kritische Größe ist die Querschnittsfläche  $A$  des Wasserleiters, die nur ungenügend bekannt ist. In der Zulaufphase tritt  $A$  immer als Faktor im Produkt mit  $k$  auf. Da dieser Parameter variiert wird, werden auch Unsicherheiten in der Größe  $A$  mit erfaßt. In der Auspreßphase ist der Druckanteil ohne Konvergenz unabhängig von  $A$ . Bei der Berechnung der zusätzlichen Druckerhöhung durch Konvergenz kommt die Fläche  $A$  wieder vor, jetzt bei der Auspreßrate, die direkt proportional zur Volumenverminderung durch Konvergenz ist. Der Konvergenzansatz wurde nun ebenfalls variiert, so daß auch hier Unsicherheiten in geringem Umfang mit berücksichtigt sind.

### 6.1. Berechnung des Zeitpunkts des Vollaufens

Wie bereits erwähnt, gehen wir davon aus, daß bereits zum Zeitpunkt  $t = 0$  das gesamte Auffahrvolumen vorhanden ist. Dieses Anfangsvolumen  $V_1(0)$  konvergiert nach dem in Formel (3) gegebenen Zusammenhang. Eine genauere und weniger stark vereinfachte Beschreibung des Auffahrvorgangs und der zeitlichen Entwicklung der Volumina in den Jahren der Betriebsphase ist wohl möglich aber im gegebenen Zusammenhang kaum sinnvoll. Die Ungenauigkeiten, die sich aus Vereinfachungen ergeben, sind an anderen Stellen, wie z.B. bei der Anwendbarkeit der Modellvorstellung selbst oder bei der Abschätzung der Auspreßfläche weitaus größer.

Tabelle 5: Zeitpunkt des Vollaufens nach Auffahrungsbeginn

k in m/s	ohne Konvergenz	Approximation	
		I	II
$10^{-7}$	122 a	80.6 a	74.8 a
$10^{-8}$	307 a	112 a	92 a
$10^{-9}$	1440 a	201 a	127 a

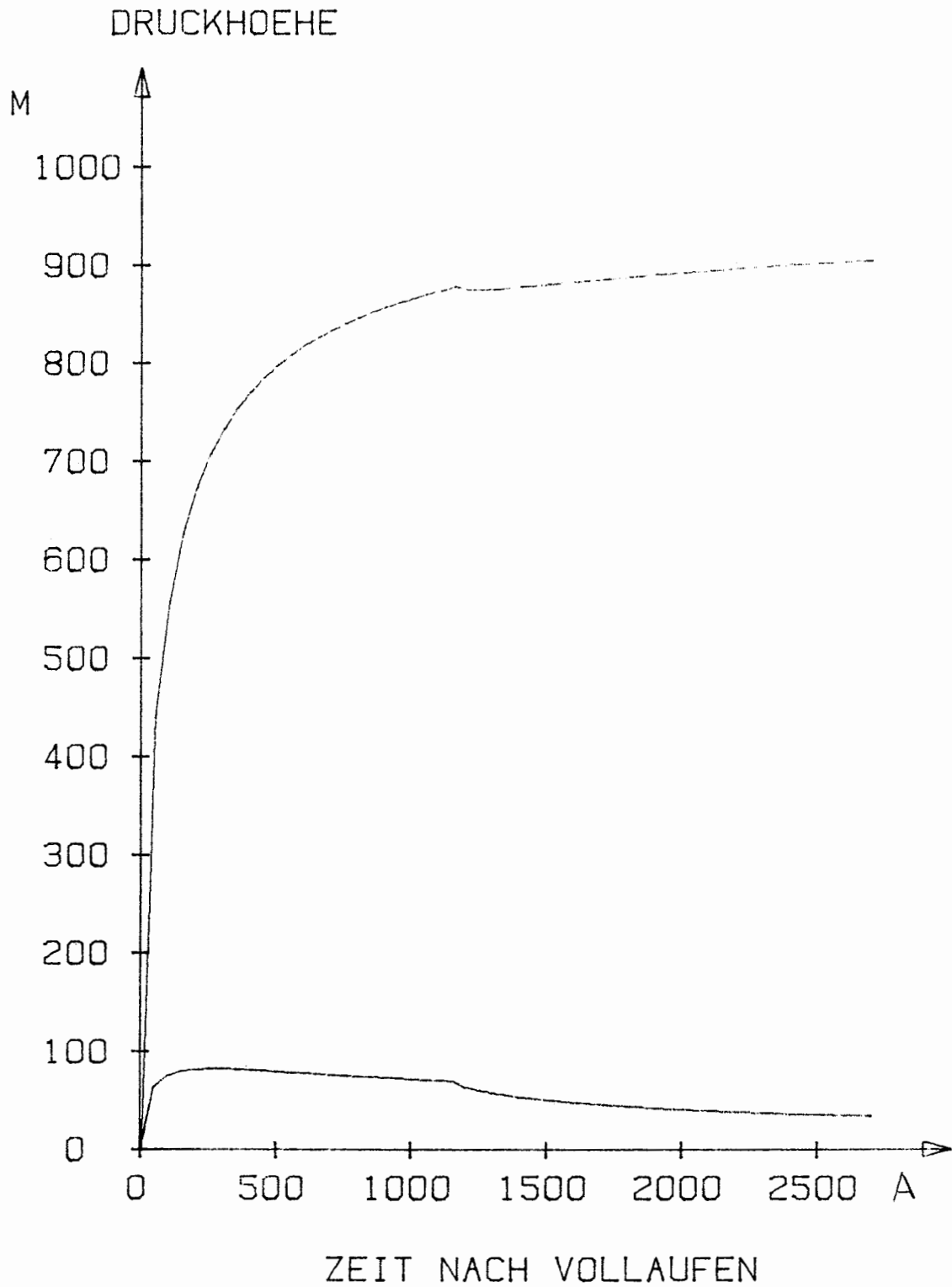
Tabelle 5 enthält die Zeitpunkte des Vollaufens des Grubengebäudes nach Auffahrungsbeginn für drei Durchlässigkeitsbeiwerte sowie für die beiden Konvergenzapproximationen und zusätzlich bei fehlender Konvergenz. Eine geringe Leitfähigkeit führt zu einer größeren Zulaufdauer. Bei schneller Konvergenz ist ein geringerer Hohlraum mit Wasser zu füllen.

Erwähnt sei noch, daß bei Approximation I bzw. II alle Hohlräume nach 1270.3 a bzw. 242.3 a verschwunden sind.

## 6.2. Berechnung der Drücke in der Phase nach dem Vollaufen des Grubengebäudes

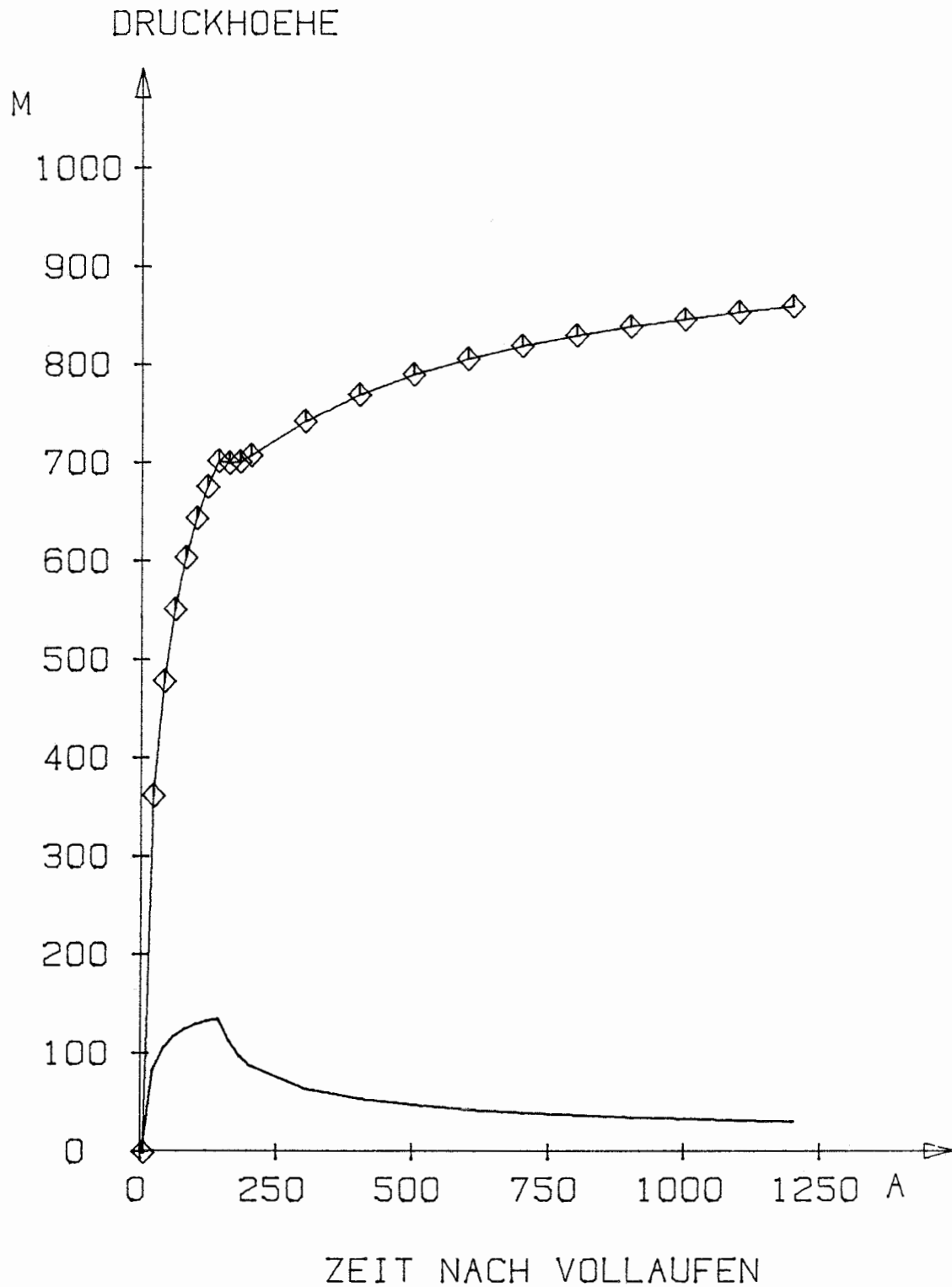
Die zeitlichen Druckverläufe in der Auspreßphase wurden für die gleichen Parametervariationen wie in der Zulaufphase berechnet - vergl. Abb. 4 bis 9, man beachte dabei die sehr unterschiedlichen Zeitskalen. Die oberen Kurven stellen den Gesamtdruck im Grubengebäude dar, die unteren den Anteil, der durch Konvergenz hervorgerufen wird. Man erkennt, daß der Konvergenzanteil immer wesentlich unter dem Gesamtdruck liegt. Niemals wird der hydrostatische Druck überschritten. Das heißt, die Fließrichtung des Wassers ist in diesem Modell auf das Grubengebäude hin gerichtet und nicht umgekehrt.

## DRUCKVERLAEUFE

 $K=1E-8$  APPROX. I

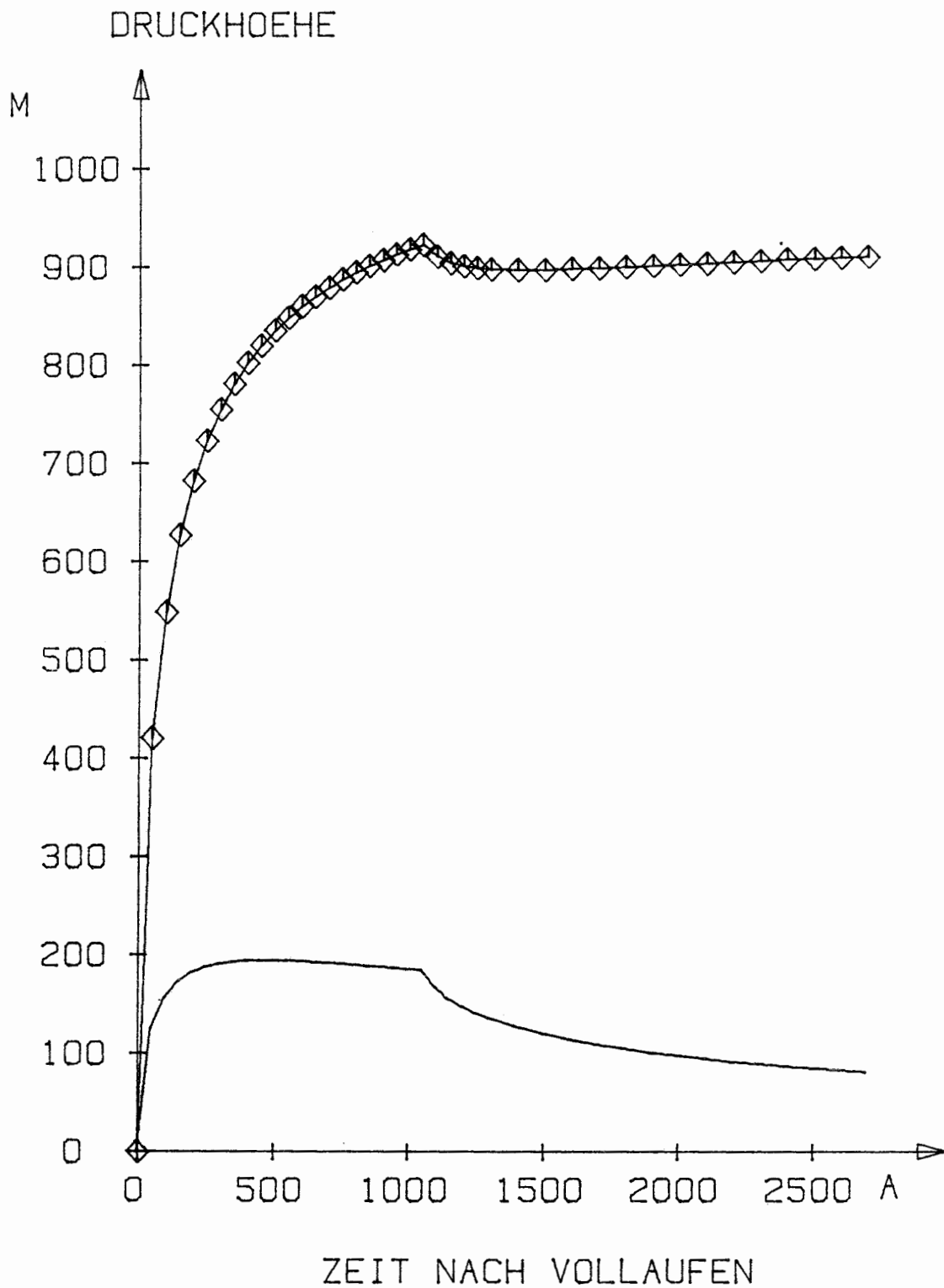
## DRUCKVERLAEUFE

K=1E-8 APPROX. II



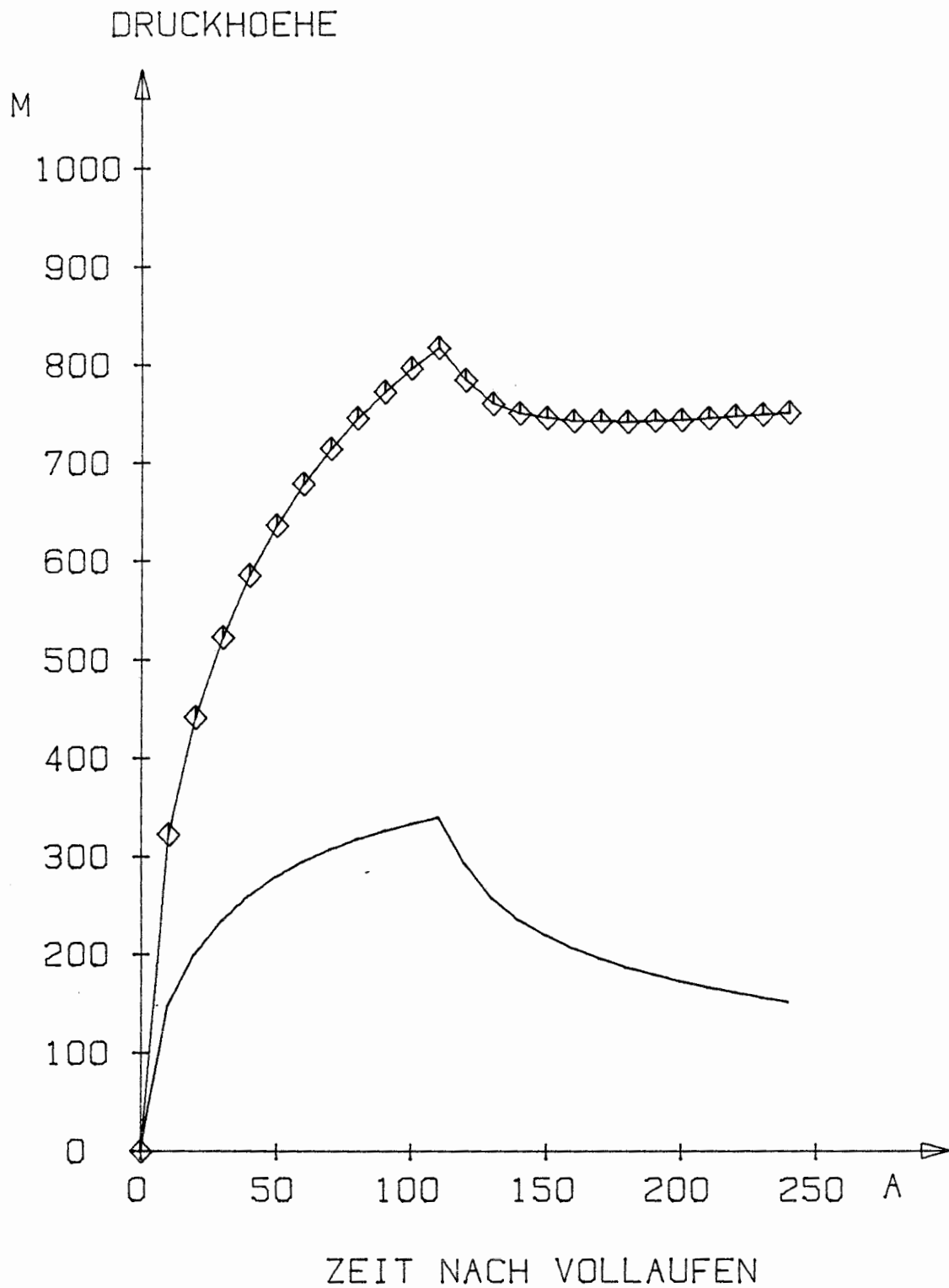


## DRUCKVERLAEUF

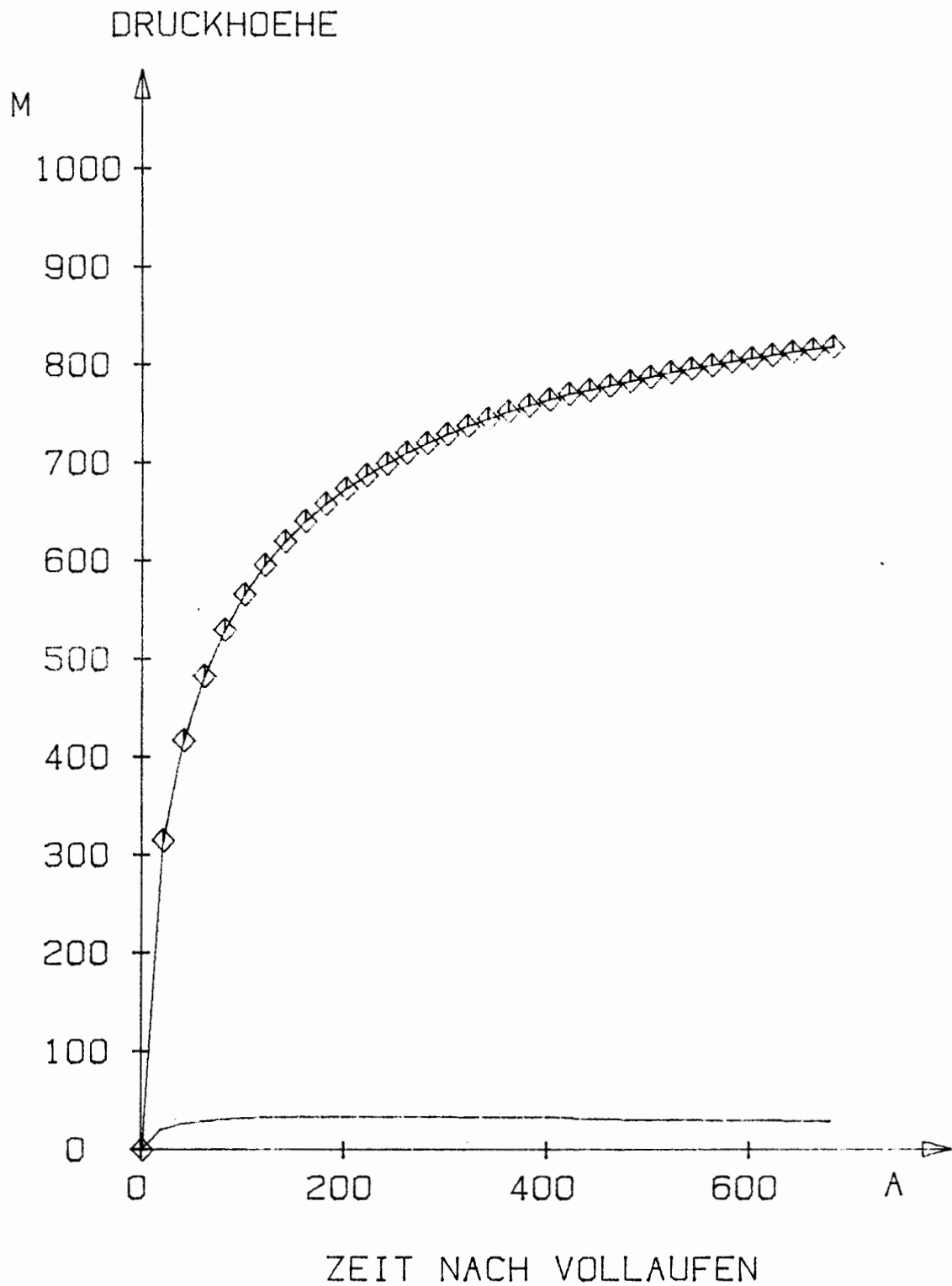
 $K=1E-9$  APPROX. I

## DRUCKVERLAEUF

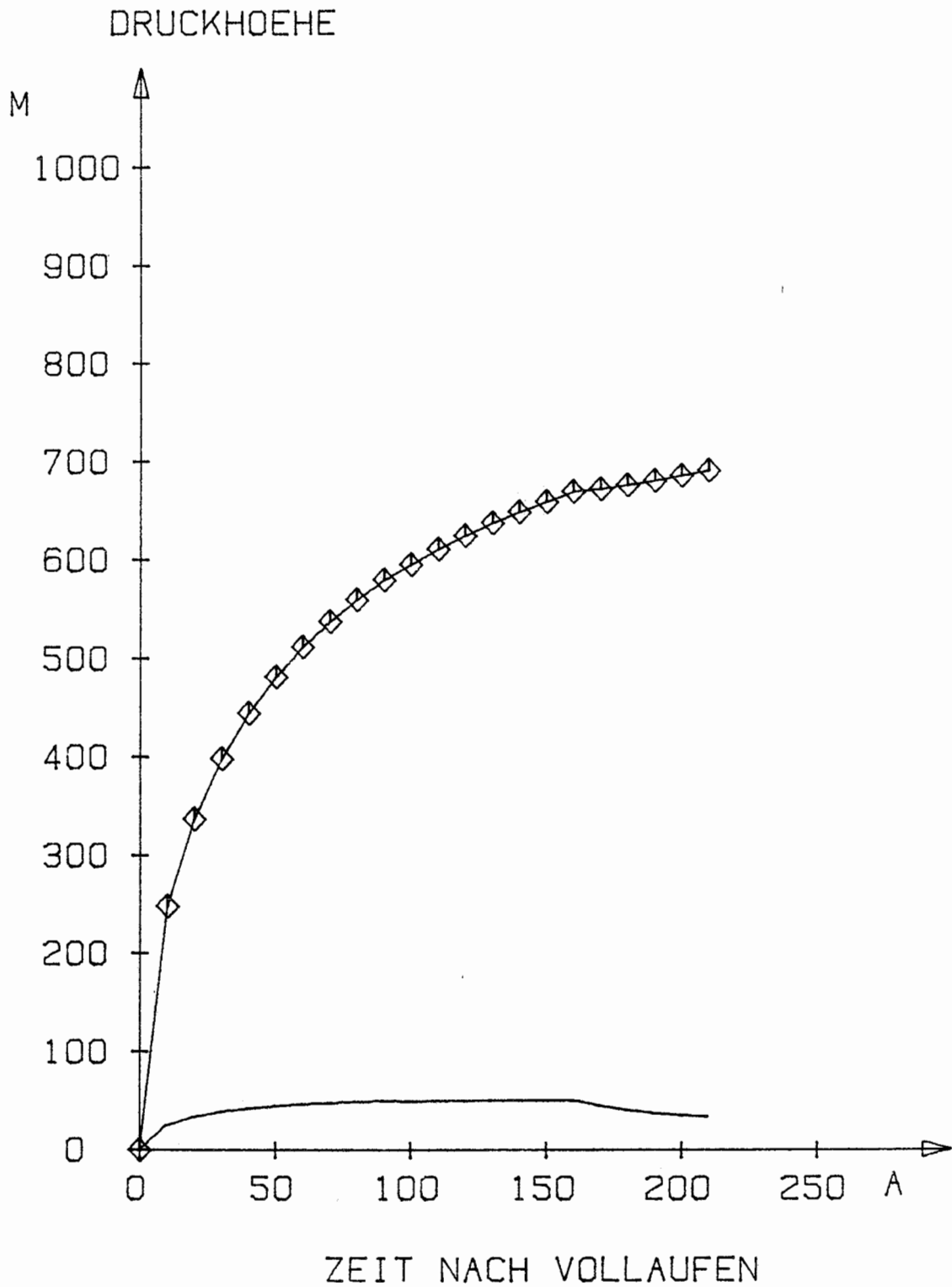
K=1E-9 APPROX. II



## DRUCKVERLAEUFE

 $K=1E-7$  APPROX. I

## DRUCKVERLAEUF

 $K=1E-7$  APPROX. II

## 7. Literaturverzeichnis

- /1/ Stahlwerke Peine-Sazgitter AG, persönliche Mitteilung, Juni 1985.
- /2/ CARSLAW, H.S., JAEGER, J.C.: Conduction of Heat in Solids, Oxford, 1959.
- /3/ BUSCH, K.F., LUCKNER, L.: Geohydraulik für Studium und Praxis, Stuttgart, 1974.
- /4/ PTB, SE 1.1, KRIEGEL, H., persönliche Mitteilung, August 1986.

**Anhang: Ableitung von Formel (23)**

Für  $x = 0$  folgt aus (22):

$$h(0,t) = h_0 - h_0 v$$

mit:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\pi a \tau}} \int_0^{\infty} \operatorname{erf}\left(\frac{s}{2 \sqrt{a \tau}}\right) \exp\left(-\frac{s^2}{4 a \tau}\right) ds$$

$$= \frac{2}{\pi \sqrt{a \tau}} \int_0^{\infty} \int_0^{\alpha s} \exp(-r^2 - \beta^2 s^2) dr ds,$$

wobei:

$$\alpha = \frac{1}{2 \sqrt{a \tau}}$$

und:

$$\beta = \frac{1}{2 \sqrt{a \tau}}$$

gesetzt wurde. Die Transformation:

$$\beta s = z \cos \phi,$$

$$r = z \sin \phi$$

ergibt:

$$v = \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\phi'} z \exp(-z^2) d\phi dz$$

$$= \frac{2}{\pi} \phi'$$

mit:

$$\phi' = \arctan \sqrt{\frac{\tau}{t_2}}$$

Es folgt weiter:

$$v = \frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{\frac{t_2}{t}}$$

und damit (23).